PENGEMBANGAN BAHAN AJAR ANALISIS REAL BERBASIS PEMBUKTIAN PADA SEMESTER GANJIL TAHUN AKADEMIK 2017-2018

(Universitas Graha Nusantara Padangsisimpuan)

NURDALILAH[1]
Lylalubis@yahoo.com

[1]Dosen Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Graha Nusantara Padangsidimpuan

ABSTRAK

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan yang bertujuan untuk 1) mengembangkan bahan ajar analisis real berbasis pembuktian pada mata kuliah analisis real, 2)mengetahui kualitas bahan ajar.Analisis Real merupakan salah satu matakuliah inti pada program studi pendidikan matematika Unmuh jember, mata kuliah Analisis Real merupakan salah satu matakuliah yang diajarkan pada semester ganjil, berdasarkan hasil wawancara dengan beberapa mahasiswa yang sedang menempuh mata kuliah analisis real, pada kenyataannya banyak mahasiswa mengalami kesulitan dalam pembuktian matematis di beberapa mata kuliah analisis, salah satunya adalah pembuktian pada mata kuliah analisis real, bahkan hampir semua mahasiswa mengalami kesulitan dalam belajar analisis real. Permasalahan tersebut menuntut untuk disediakan sebuah bahan ajar yang mampu melayani mahasiswa dalam belajar analisis real. Metode pembuktian memainkan peranan penting di dalam matematika. Topik-topik baru matematika selalu diawali dengan membuat definisi baru. Sebagai contoh, teori fungsi kompleks diawali dengan mendefinisikan bilangan imaginer i, yaitu $i^2= -1$. Berangkat dari definisi dihasilkan sejumlah teorema beserta akibat-akibatnya. Teorema-teorema inilah yang perlu dibuktikan. Adapun materi yang digunakan untuk penelitian adalah Barisan bilangan real, yang meliputi definisi dan sifat-sifat barisan, barisan konvergen dan barisan divergen, kriteria Cauchy dan Teorema Bolzano-Weierstrass. Adapun hasil dari penelitian pengembangan ini adalah 1) telah dikembangkan bahan ajar analisis real berbasis pembuktian pada mahasiswa prodi pendidikan matematika FKIP UGN Padangsidimpuan, 2) prosentase kualitas bahan ajar analisis real berdasarkan penilaian validator adalah 79% sehingga tergolong baik.

Kata Kunci: Bahan Ajar, Analisis Real

ABSTRACT

This research is a development that aims to 1) develop teaching material based real analysis of evidence on the subject of real analysis, 2) know the quality of teaching materials. Real Analysis is one of the subjects the core study program mathematics education Unmuh jember, subjects Analysis Real are taught in the first semester, based on interviews with several students who are taking courses real analysis, in fact, many students have difficulty in mathematical proofs in several courses of analysis, one of which is the subject of proof on real analysis, almost all students have difficulty in learning real analysis. These problems demand to provide a teaching material that is able to serve students in learning real analysis.Method of proof is playing an important role in mathematics. The new math topics always begins with creating a new definition. For example, complex function theory begins by defining the imaginary number i, that $i^2 = -1$. *Departing from the definition produced a number of theorems and its aftermath. Theorems is what needs to be proven. The material used for the study were sequences of a real numbers, which include the definition and properties of rows, rows of convergent and divergent sequence, criteria Cauchy and Bolzano-Weierstrass theorem. The* *results of the research are the development of 1) has developed teaching material evidence-based analysis of real student of mathematics education Prodi FKIP UGN Padangsidimpuan, 2) the percentage of the quality of teaching materials based on the assessment of real analysis validator is 79% so it is quite good.*

Keywords : Teaching Material, Real Analysis

I. PENDAHULUAN

Analisis Real merupakan salah satu matakuliah inti pada program studi pendidikan matematika UGN Padangsidimpuan, mata kuliah Analisis Real merupakan salah satu matakuliah yang diajarkan pada semester ganjil. Berdasarkan hasil wawancara dengan beberapa mahasiswa yang sedang menempuh mata kuliah analisis real, pada kenyataannya banyak mahasiswa mengalami kesulitan dalam pembuktian matematis di beberapa mata kuliah analisis, salah satunya adalah pembuktian pada mata kuliah analisis real, bahkan hampir semua mahasiswa mengalami kesulitan dalam belajar analisis real. Permasalahan tersebut menuntut untuk disediakan sebuah bahan ajar yang mampu melayani mahasiswa dalam belajar analisis real.

Salah satu penyebab mata kuliah analisis real terasa berat adalah Input mahasiswa yang kurang baik, asal mahasiswa pedesaan, kemampuan awal yang kurang optimal, dan kurangnya motivasi belajar mahasiswa menambah berat beban dosen pengampu untuk mengajar analisis real. Analisis real merupakan matakuliah yang menuntut pembuktian formal dari definisi formal. Tidak seperti kalkulus yang menekankan praktik dan pemanfaatan, di analisis real ditekankan pembuktian dan kemampuan menganalisis.

Dosen sebagai salah satu komponen penting dalam proses pembelajaran pada perguruan tinggi perlu meningkatkan kualitasnya dalam pembelajaran, terlebih lagi pada mata kuliah analisis. Peran dosen dalam mengembangkan suasana akademik yang kondusif adalah sangat penting sehingga dosen perlu didorong untuk terus aktif inovatif menggali ide-ide baru terutama yang sesuai dengan perkembangan dan aplikasi teknologi dalam proses pembelajaran. Menurut (Hudojo) Lingkup kegiatan dapat meliputi beberapa hal sebagai berikut:

1. Pembuatan bahan ajar dan alat bantu pembelajaran yang dapat lebih membantu dan merangsang minat mahasiswa peserta kuliah.
2. Penyiapan bentuk perkuliahan yang bersifat interaktif.
3. Pengembangan materi perkuliahan dengan penyesuaian teknologi.
4. Pengembangan teknik-teknik evaluasi bagi peserta kuliah dan strategi penyelesaian masalahnya.
5. Inovasi bentuk pemberian latihan dan soal-soal kuliah.

Bahan ajar merupakan bagian dari sumber belajar menurut (Prastowo), Bahan ajar adalah segala bentuk bahan yang digunakan untuk membantu guru/instruktor dalam melaksanakan kegiatan belajar mengajar. Bahan yang dimaksud bisa berupa bahan tertulis maupun bahan tidak tertulis.Bahan ajar atau *teaching-material*, terdiri atas dua kata yaitu *teaching* atau mengajar dan *material* atau bahan.

Menurut (Guswanto), dalam bukunya analisis real I menyebutkan bahwa Analisis real merupakan alat yang esensial, baik di dalam berbagai cabang dari matematika maupun bidang ilmu-ilmu lain, seperti fisika, kimia, dan ekonomi. Mata kuliah Analisis Real adalah gerbang menuju mata kuliah yang lebih lanjut, baik di dalam maupun di luar jurusan Matematika.

Metode pembuktian menurut (Bartle), memainkan peranan penting di dalam matematika. Topik-topik baru matematika selalu diawali dengan membuat definisi baru. Sebagai contoh, teori fungsi kompleks diawali dengan mendefinisikan bilangan imagineri *i*, yaitu $i^2 = -1$. Berangkat dari definisi dihasilkan sejumlah teorema beserta akibat-akibatnya. Teorema-teorema inilah yang perlu dibuktikan.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Pembuktian langsung

Pembuktian Langsung digunakan untuk membuktikan pernyataan (p=>q) benar dapat dilakukan dengan menggunakan premis *p* untuk mendapatkan konklusi *q*. Metode pembuktian yang termasuk bukti langsung antara lain modus ponens, tollens, dan silogisme.

Contoh : Buktikan bahwa untuk semua bilangan bulat *n*, jika *n* adalah bilangan ganjil, maka n^2 adalah bilangan ganjil !

Jawab :

Misalnya *p : n* adalah bilangan bulat ganjil

q : n^2 adalah bilangan bulat ganjil

Akan dibuktikan p => q benar.

Karena n ganjil, yaitu *n = 2k +1, k € C*

$$\begin{aligned} \text{Maka } n^2 &= (2k + 1)2 \\ &= 4k^2 + 4k + 1 \\ &= 2(2k^2 + 2k) + 1 \\ &= 2m + 1 \end{aligned}$$

Dengan $m = 2k2 + 2k$, yang berarti n^2 adalah bilangan bulat ganjil

Jadi, terbukti *p =>q* benar.

Pembuktian tak langsung

a. Pembuktian kontraposisi

Untuk membutikan (p=>q) benar, dapat dilakukan dengan memisalkan –q benar dan ditunjukan *–p* benar. Dari *–q* diperoleh *–p* benar sehingga (*-q => -p*) adalah benar.

Contoh :Buktikan bahwa untuk semua bilangan bulat *n*, jika n^2 adalah bilangan ganjil, maka *n* adalah bilangan ganjil!

Jawab :

Untuk membuktikan pernyataan diatas dapat dilakukan dengan pembuktian tak langsung dengan kontraposisi.

Misalnya *p* : n^2 adalah bilangan ganjil

q : *n* adalah bilangan ganjil

Oleh karena itu, maka rumusan pertanyaan penelitian pada tulisan ini adalah “Bagaimana pengembangan Bahan Ajar Analisis Real berbasis pembuktian Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Graha Nusantara Padangsidimpuan.

III. METODE PENELITIAN

Berdasarkan pernyataan penelitian pada latar belakang dan rumusan pertanyaan penelitian yang telah diuraikan sebelumnya, maka penelitian ini dikategorikan sebagai penelitian pengembangan melalui modifikasi penelitian pengembangan Borg dan Gall, pada penelitian ini dikembangkan bahan ajar analisis real berbasis pembuktian pada mahasiswa Universitas Graha Nusantara Program Studi Pendidikan Matematika Semester V. Adapun prosedur model pengembangan ini terdapat beberapa langkah sebagai berikut:

1. Identifikasi kebutuhan,
2. Perencanaan,
3. Pengembangan produk awal,
4. Uji coba produk awal,
5. Revisi produk, dan
6. Uji coba lapangan sehingga menghasilkan bahan ajar

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Adapun materi yang di kembangkan sebagai bahan ajar yaitu Barisan bilangan real, yang meliputi definisi dan sifat-sifat barisan, barisan konvergen dan barisan divergen, kriteria Cauchy dan Teorema Bolzano-Weierstrass.

Berikut beberapa contoh bahan ajar yang berdasarkan hasil pembuktian dengan menggunakan pembuktian langsung dalam materi kekonvergenan suatu barisan:

Teorema : Jika $X = (x_n) \to x, Y = (y_n) \to y$, dan $c \in \mathbb{R}$, maka

1) $X \pm Y \to x + y$.
2) $XY \to xy$.
3) $cX \to cx$.

Bukti :

1. Ambil sembarang $\varepsilon > 0$. Karena $X = (x_n) \to x$, maka terdapat $n_0 \in \mathbb{N}$ sedemikian hingga untuk setiap $n \geq n_0$ berlaku $|x_n - x| < \frac{\varepsilon}{2}$. Karena $Y = (y_n) \to y$, maka terdapat $n_1 \in \mathbb{N}$ sedemikian hingga untuk setiap $n \geq n_1$ berlaku $|y_n - y| < \frac{\varepsilon}{2}$. Pilih $n_2 = \max\{n_0, n_1\}$, maka akibatnya untuk $n \geq n_2$ berlaku

   $|n_n + y_n - (x - y)| = |(n_n - n) + (y_n - y)| \leq |(n_n - n) + (y_n - y)| < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon$. Kareana berlaku untuk sembarang $\varepsilon > 0$, maka $n_n + y_n$ kovergen ke $(x + y)$. Dengan cara yang sama diperoleh bahwa $n_n - y_n$ konvergen ke $(x + y)$. Jadi, terbukti bahwa $X \pm Y \to x + y$.

2. Akan dibuktikan bahwa untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $K \in \mathbb{N}$ sedemikian hingga untuk setiap $n \geq K$ berlaku $|n_n y_n - xy| < \varepsilon$. Diketahui

   $$\begin{aligned} |n_n y_n - xy| &= |n_n y_n - x_n y + x_n y - xy| \\ &\leq |n_n y_n - x_n y| + |x_n y - xy| \\ &= |n_n| y_n - y| + |x_n - x| y| \end{aligned}$$

   Karena $(x_n) \to x$, maka (x_n) terbatas, akibatnya terdapat $M_1 > 0$ sedemikian hingga $|x_n| \leq M_1$, untuk semua $n \in \mathbb{N}$. Namakan $M = \max\{M_1, |y|\}$. Diambil sembarang $\varepsilon > 0$. Karena $(x_n) \to x$, maka terdapat $K_1 \in \mathbb{N}$ sedemikian hingga untuk setiap $n \geq K_1$ berlaku $|x_n - x| < \frac{\varepsilon}{2M}$. Karena $(y_n) \to y$, maka terdapat $K_2 \in \mathbb{N}$ sedemikian hingga untuk setiap $n \geq K_2$ berlaku $|y_n - y| < \frac{\varepsilon}{2M}$. Namakan $M = \max\{K_1, K_2\}$ maka untuk setiap $n \geq K$ berlaku $|n_n y_n - xy| \leq |n_n| y_n - y| + |x_n - x| y| < M.\frac{\varepsilon}{2M} + \frac{\varepsilon}{2M}.M = \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon$.

   Jadi, terbukti bahwa untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $K \in \mathbb{N}$ sedemikian hingga untuk setiap $n \geq K$ berlaku $|n_n y_n - xy| < \varepsilon$. Dengan kata lain, terbukti bahwa $XY \to xy$.

3. Ambil sebarang $\varepsilon > 0$. Karena $(x_n) \to x$, maka terdapat K ∈ N sedemikian hingga untuk setiap $n \geq$ K berlaku $|x_n - x| < \frac{\varepsilon}{2}$. Perhatikan bahwa

   $$\begin{aligned} |cx_n - x| &= |cx_n - x_n + x_n - x| \\ &\leq |cx_n - x_n| + |x_n - x| \\ &= |x_n|\,|c - 1| + |x_n - x| \end{aligned}$$

   Karena $(x_n) \to x$, maka (x_n) terbatas, yaitu terdapat M > 0 sedemikian hingga $|x_n| \leq M$, untuk semua n ∈ N. Akibatnya

   $|x_n|\,|c - 1| + |x_n - x| < M.|c - 1| + \frac{\varepsilon}{2} = (M.|c - 1|) + \frac{\varepsilon}{2} <$.

Terbukti bahwa untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat K ∈ N sedemikian hingga untuk setiap $n \geq$ K berlaku $|cx_n - x| < \varepsilon$. Dengan kata lain, terbukti bahwa $cX \to$ cx

Berikut kami paparkan proses pengembangan perangkat terdiri dari tiga tahap, yaitu: 1) tahap pendefinisian; 2) tahap perancangan; 3) tahap pengembangan perangkat (bahan ajar). Setiap tahap disajikan secara terperinci sesuai langkah-langkah yang dilaksanakan. Sedangkan hasil penelitian disajikan dalam hasil validasi pengembangan perangkat oleh para ahli, hasil observasi kegiatan dosen, hasil observasi kegiatan mahasiswa, dan hasil analisa respon mahasiswa.

Deskripsi Tahap Pendefinisian (*Define*)

1. Analisis Ujung Depan

Untuk mengetahui hasil analisis ujung depan, maka peneliti melakukan pengamatan terhadap pembelajaran analisis real selama ini adalah bahwa mata kuliah ini tidak banyak diminati oleh mahasiswa karena dirasa sangat sulit, dan dalam aplikasinya pembelajaran analisis real hanya terfokus pada dosen saja, sehingga pembelajaran seperti ini kurang memberikan kesempatan yang cukup kepada mahasiswa untuk mengembangkan kemampuannya sendiri, akibatnya mahasiswa menjadi pasif dan hanya bergantung pada dosen dalam menyelesaikan tugas-tugasnya.

Untuk mengatasi masalah tersebut, maka dirancang pembelajaran analisis real yang memberi kesempatan kepada mahasiswa untuk berkreatifitas dan mengembangkan pengetahuannya. Salah satu pembelajaran yang bisa memberi kesempatan yang lebih kepada mahasiswa adalah model pembelajaran *small group discussion*menggunakan pembuktian.

2. Analisis Mahasiswa

Penelitian ini dilakukan kepada mahasiswa semester V Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Graha Nusantara Padangsidimpuan. Analisis mahasiswa dilakukan meliputi latar belakang pengetahuan dan kemampuan akademik. Dari hasil analisis diperoleh temuan, yaitu:

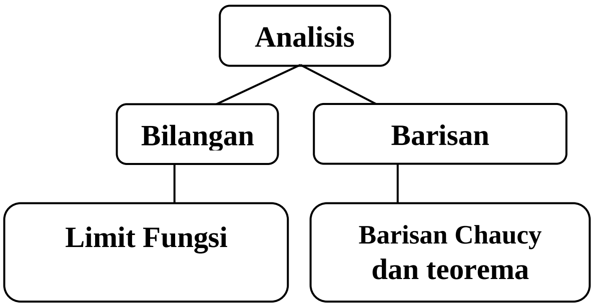
a. Terdapat mahasiswa dengan kemampuan akademik tinggi, mahasiswa dengan kemampuan akademik sedang, dan mahasiswa dengan kemampuan akademik rendah. Hal ini bisa dilihat dari hasil ujian yang dilaksanakan oleh dosen pengampu mata kuliah.

b. Materi analisis real adalah salah satu materi kuliah yang dianggap sulit oleh mahasiswa, karena dalam materi analisis real banyak diaplikasikan dalam kehidupan nyata yang belum mereka alami.

c. Dalam memahami materi, kebanyakan mahasiswa hanya mengandalkan keterangan dari dosen ketika sedang berlangsung kegiatan belajar mengajar.

3. Analisis Materi

Hasil analisis materi analisis real dapat dilihat pada gambar berikut:



GAMBAR 1
Diagram Materi

Deskripsi Tahap Perancangan (*Design*)

1. Rencana Pembelajaran Semester (RPS)

Rencana pelaksanaan pembelajaran yang dikembangkan terdiri dari yaitu materi Barisan Bilangan Real yang diberikan selama 4 kali tatap muka. Ketiga SAP secara rinci adalah sebagai berikut:

Tabel 1 Rencana Pelaksanaan Pembelajaran

No.	Pert	Alokasi Waktu	Indikator	Tujuan
1.	I	2 × 150 menit	Mahasiswa dapat menjelaskan aksioma dan teorema lapangan bilangan real, sifat-sifat bilangan real	Melalui diskusi, Mahasiswa dapat menyelesaikan masalah bilangan real, dan sifat bilangan real
2.	II	2 × 150 menit	Mahasiswa dapat mendefinisikan aksioma urutan bilangan real, sifat urutan	Melalui diskusi mahasiswa dapat mendefinisikan aksioma urutan bilangan real, sifat urutan bilangan real

No.	Pert	Alokasi Waktu	Indikator	Tujuan
			bilangan real	
3.	III	2 × 150 menit	Mahasiswa dapat menentukan solusi ketaksamaan chaucy	Melalui diskusi dan penugasan Mahasiswa dapat menentukan ketaksamaan chaucy
4.	IV	2 x 150 menit	Mahasiswa dapat menentukan solusi dan membuktikan teorema bolzano weistars	Melalui diskusi dan penugasan mahasiswa dapat menentukan solusi dan membuktikan teorema bolzano weistars

2. Diktat

Diktat merupakan panduan mahasiswa yang disusun untuk memudahkan mahasiswa dalam melakukan kegiatan penyelidikan atau pemecahan masalah. Diktat berisi langkah-langkah penyelesaian tugas, catatan-catatan yang dibutuhkan dan materi yang akan dipelajari oleh mahasiswa. Penyusunan bahan ajar berupa diktat ini dimaksudkan untuk memberikan kemudahan bagi dosen untuk mengakomodir tingkat kemampuan mahasiswa yang berbeda. Sedangkan bagi mahasiswa, penyusunan diktat untuk mengembangkan kompetensi mahasiswa dalam melakukan pembuktian.

Deskripsi Tahap Pengembangan (*Develop*)

Perangkat pembelajaran yang telah dibuat oleh Peneliti divalidasi oleh 3 (tiga) orang validator dan masing validator memvalidasi perangkat pembelajaran yang terdiri dari Rencana Pembelajaran Semester (RPS) dan Diktat.

1. Hasil validasi Bahan Ajar dijabarkan sebagai berikut:
   a. Hasil validasi Rencana Pembelajaran Semester (RPS) termasuk kategori baik dengan Rata-rata nilai untuk kategori format 4,33, bahasa 4,17 dan isi 4,19.
   b. Hasil Validasi Diktat termasuk kategori baik. Rata-rata nilai untuk kategori format 4,13, bahasa 4,07 dan isi 4,33.
2. Hasil Uji Keterbacaan

Uji keterbacaan ini dilakukan terhadap 6 mahasiswa yang terdiri dari 2 mahasiswa yang berkemampuan tinggi, 2 mahasiswa berkemampuan sedang, dan 2 mahasiswa berkemampuan rendah. Adapun hasil uji keterebacaan menunjukkan bahwa bahan ajar dengan jelas dan bisa dipahami oleh mahasiswa.

Berikut ini adalah hasil pengamatan kegiatan dosen dan mahasiswa:

1. **Hasil Pengamatan Kegiatan Dosen**

Keterlaksanaan pengelolaan pembelajaran pada tahap pengembangan diamati dengan hasil pada tabel 4.9. Hasil analisis lembar pengamatan di kelas pengembangan dengan rerata: SAP 01 = 4,16,SAP 02 = 4.66 dan SAP 03 = 4.59. Adapun rerata hasil analisis lembar pengamatan di kelas penyebaran disajikan dalam tabel 4.16. Hasil analisis tersebut adalah: SAP 01 = 4.22,SAP 02 = 4.69,dan SAP 03 = 4.81. Dengan nilai seperti itu instrumen ini dikategorikan efektif dan dapat digunakan untuk kegiatan pembelajaran.

2. **Analisis Hasil Pengamatan Kegiatan Mahasiswa**

Pada tahap ujicoba pengembangan perangkat di semester V Respon mahasiswa terhadap pembelajaran berdasarakan tabel 4.14 menunjukkan respon baik terbukti pada kategori perasaan sebanyak 85.88% merespon positif dan sebanyak 14.12% merespon negatif, kategori pengalaman baru sebanyak 81.76% merespon positif dan sebanyak 18.24% merespon negatif, kategori minat sebanyak 91.67% merespon positif dan sebanyak 8.33% merespon negatif, kategori pemahaman sebanyak 76.39% merespon positif dan sebanyak 23.61% merespon negatif, kategori Ketertarikan sebanyak

83.33% merespon positif sebanyak 16.67% merespon negatif.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan penelitian pengembangan ini adalah bahwa prosentase kualitas bahan ajar analisis real berdasarkan penilaian validator adalah 79% dengan data yang telah dipaparkan di atas, maka dapat disimpulkan bahwa pengembangan bahan ajar analisis real berbasis pembuktian dapat dikategorikan baik.

DAFTAR PUSTAKA

Bartle, RG and Sherbert. 2000. *Introduction to Real Analysis*. New York.

Guswanto, BH. 2006. *Analisis Real I*. Universitas Jenderal Soedirman: Purwokerto.

Hudojo, Herman. 1988. *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta: Departemen pendidikan dan direktorat jendral pendidikan tinggi proyek pengembangan lembaga pendidikan tenaga kerja.

Prastowo, Andi. 2013. *Pengembangan Bahan Ajar Tematik*. Diva PRESS. Yogyakarta.